

Francesca Martignone  
Università del Piemonte Orientale

**Valutazione di sistema e prove standardizzate: analisi di esempi di quesiti sulla probabilità**  
*Come possono le informazioni e i materiali provenienti dalle prove INVALSI di matematica diventare risorse per gli insegnanti?*



## Prove INVALSI di matematica

In Italia la valutazione di sistema è a cura di INVALSI, un ente di ricerca soggetto alla vigilanza del Ministero della Pubblica Istruzione che raccoglie dati comparabili su tutto il territorio nazionale. Sul sito dell'INVALSI si legge:

*"[INVALSI] effettua verifiche periodiche e sistematiche sulle conoscenze e abilità degli studenti e sulla qualità complessiva dell'offerta formativa delle istituzioni di istruzione e formazione professionale, anche nel contesto dell'apprendimento permanente; in particolare gestisce il Sistema Nazionale di Valutazione (SNV)"<sup>1</sup>.*

L'Area 1 – rilevazioni nazionali dell'INVALSI sviluppa l'attività di ricerca relativa alla creazione delle Prove Nazionali (dette anche prove INVALSI), dalla formulazione dei quesiti alla loro validazione, ne coordina la somministrazione, provvede alla raccolta e all'analisi dei dati. Le prove INVALSI sono test su larga scala per una valutazione esterna di tipo sommativo. Lo scopo è quindi la *valutazione dell'apprendimento*. Questo tipo di valutazione tende a collocarsi nella fase conclusiva di un certo percorso, assolvendo lo scopo di dare informazioni sui risultati conseguiti dagli studenti. L'uso di test standardizzati per valutare l'apprendimento degli studenti è stato spesso criticato per diversi motivi, come ad esempio il fatto che non possa valutare la complessità delle competenze degli studenti. Gli insegnanti, infatti, quando valutano i loro studenti possono far riferimento al lungo e complesso processo che si sviluppa durante tutta l'attività didattica e che può avvalersi, tra l'altro, di diversi strumenti interpretativi e anche di diverse tipologie di compiti.

La valutazione in classe è spesso formativa e mira a sostenere l'apprendimento degli studenti (Black & Wiliam, 2009). La valutazione formativa ha lo scopo di informare le decisioni didattiche degli insegnanti e coinvolge gli studenti nel momento valutativo, accrescendo quindi la loro consapevolezza dell'esperienza di apprendimento. Per questi motivi la valutazione formativa è anche definita come una *valutazione per l'apprendimento*.

Una prova standardizzata, come ogni prova singola, può fornire solo alcune informazioni che devono essere integrate nel processo di valutazione delle competenze che si realizza a scuola sotto la guida dell'insegnante. Inoltre, un test standardizzato non può proporre compiti relativi a certi tipi di problemi che potrebbero essere molto importanti nella valutazione delle competenze matematiche: come, ad esempio, la produzione di congetture o la gestione di problemi lunghi e complessi. Questo non significa però che in una prova standardizzata si possano proporre soltanto domande che richiedono solo il richiamo di nozioni o l'attuazione di procedure (altra critica spesso mossa verso i test standardizzati). Di fatto la sfida che si pone al gruppo di docenti (insegnanti in servizio che lavorano nella scuola primaria e secondaria) e ricercatori che producono le prove INVALSI è quella di cercare di coniugare, per quanto possibile, le esigenze di una valutazione sommativa di sistema con le richieste e le prospettive date sia dalla ricerca sull'insegnamento-apprendimento, sia dalle Indicazioni Nazionali e Linee Guida. Le prove INVALSI infatti sono costruite per una valutazione esterna dei risultati dell'apprendimento degli studenti italiani secondo le aspettative dichiarate nelle Indicazioni Nazionali e nelle Linee Guida.

## Quesiti INVALSI di matematica e indicazioni ministeriali

Come sottolineato in precedenza, nelle prove INVALSI di matematica possiamo trovare esempi di quesiti che sono in linea con le indicazioni curriculari ministeriali. L'analisi dei quesiti INVALSI può essere un punto di partenza per gli insegnanti per progettare e sviluppare nuove attività didattiche che

---

<sup>1</sup> <https://www.invalsi.it/invalsi/istituto.php?page=chiamo>.

tengano conto di queste indicazioni. La selezione dei quesiti per le attività di analisi e poi per le eventuali attività in classe può essere supportata dalla possibilità di scegliere i quesiti attraverso il database GESTINV (<https://www.gestinv.it/Index.aspx>). Attraverso i diversi filtri dati da GESTINV si può guidare la ricerca dei quesiti INVALSI: si possono selezionare diversi parametri legati ai contenuti, alla tipologia di domanda, etc. I quesiti delle prove INVALSI possono diventare oggetto di riflessione per i docenti su specifici contenuti matematici e su particolari tipologie di problemi, oltre che su possibili ostacoli o difficoltà degli studenti (Martignone, 2016, 2017). Il focus in questo caso però è sui processi e non solo sui prodotti.

Visto il legame tra il Quadro di Riferimento delle prove INVALSI<sup>2</sup> e le Indicazioni Nazionali e Linee Guida, un'analisi qualitativa dei quesiti INVALSI può far emergere e veicolare messaggi relativi all'attuazione delle Indicazioni Nazionali e delle Linee Guida. Gli insegnanti possono quindi trovare nelle prove INVALSI di matematica esempi di problemi su cui riflettere e con cui confrontarsi pensando ai traguardi per lo sviluppo delle competenze e agli obiettivi previsti a livello ministeriale. Ad esempio, potrebbero emergere riflessioni su argomenti raramente sviluppati nel curriculum implementato (come la probabilità) o su particolari tipologie di consegne (come la richiesta di produrre argomentazioni). I test standardizzati, quando sono strettamente legati alle Indicazioni e ai curricula nazionali come nel caso delle prove INVALSI, possono quindi diventare una risorsa per gli insegnanti che possono usarli anche per riflettere sul curriculum atteso o effettivamente svolto (Martignone et al., 2018).

## Quesiti INVALSI di probabilità

Anche se l'importanza della probabilità e della statistica all'interno dell'insegnamento della matematica è sottolineata dalle nostre indicazioni ministeriali e anche dalla ricerca, le pratiche didattiche devono ancora essere sviluppate di più (Ottaviani, 2008; Batanero, 2014; Batanero, Godino & Roa, 2004).

L'insegnamento e la comprensione della probabilità sembra costituire una difficoltà per insegnanti e studenti (Boero & Guala, 2008). Questo fatto si può ricondurre a diversi fattori, ad esempio la carenza di insegnamenti universitari di probabilità e statistica per la formazione degli insegnanti e la mancata diffusione di specifici corsi di formazione per insegnanti in servizio. Bisogna dire però che negli ultimi anni ci sono state delle iniziative per creare a livello nazionale un momento di formazione su questi temi: infatti l'argomento centrale della IV Scuola Estiva (nata dalla collaborazione tra l'Unione Matematica Italiana U.M.I., la Commissione Italiana per l'Insegnamento della Matematica C.I.I.M. e l'Associazione Italiana dei Ricercatori in Didattica della Matematica A.I.R.D.M.) è stato "La matematica come modellizzazione, con particolare riguardo all'insegnamento della probabilità e statistica".

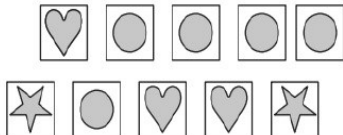
In rete si possono inoltre trovare materiali di ottimo livello proposti da gruppi di ricerca in didattica della matematica, come ad esempio in *Matematica 2001* e nei materiali Mat.@bel.

---

<sup>2</sup> [https://invalsi-areaprove.cineca.it/docs/file/QdR\\_MATEMATICA.pdf](https://invalsi-areaprove.cineca.it/docs/file/QdR_MATEMATICA.pdf).

## Un esempio dalle prove INVALSI di matematica per la scuola primaria

D24. Luca ha queste 10 carte.



Luca mette le carte in un sacchetto, le mischia e pesca a caso una carta. Completa la frase che segue inserendo al posto dei puntini una delle seguenti espressioni:

Per Luca la probabilità di pescare una carta con il cuore è ..... 50%

Figura 1: Quesito D24 - Prova INVALSI del 2011 per il grado 5

Questo quesito (Figura 1) è in linea con le richieste delle Indicazioni Nazionali.

**Traguardi per lo sviluppo delle competenze**

*Riconosce e quantifica, in casi semplici, situazioni di incertezza.*

*Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. (MIUR, 2012; p. 49)*

**Obiettivi di apprendimento**

*In situazioni concrete, di una coppia di eventi intuire e cominciare ad argomentare qual è il più probabile, dando una prima quantificazione nei casi più semplici, oppure riconoscere se si tratta di eventi ugualmente probabili. (MIUR, 2012; p. 51)*

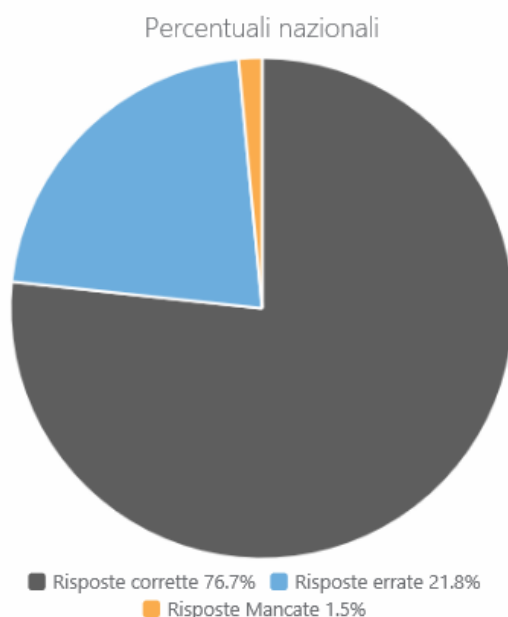


Figura 2: Percentuali di risposte del Quesito D24 - Prova INVALSI del 2011 per il grado 5

I dati raccolti da INVALSI sul campione nazionale (Figura 2) mostrano che la percentuale di risposte corrette è del 76,7%, di errate del 21,8% e mancate del 1,5%. Questi sono i risultati statistici, ma può essere anche interessante riflettere sui processi che hanno portato gli studenti a determinate scelte. Ci possiamo quindi chiedere: Quali possibili strategie risolutive possono aver seguito gli studenti? Quali potrebbero essere state le difficoltà?

Attraverso un'analisi qualitativa si possono indagare le possibili motivazioni delle scelte e delle risposte date. L'analisi qualitativa dei quesiti INVALSI può quindi integrare le informazioni fornite dai risultati statistici.

Gli insegnanti possono analizzare a priori alcuni quesiti INVALSI, partendo dall'individuazione del legame con le Indicazioni Nazionali per poi esplorare e immaginare le possibili strategie risolutive degli studenti, e poi svolgere delle sperimentazioni nelle loro classi analizzando a posteriori i materiali raccolti per identificare le soluzioni prodotte dai loro studenti.

Le attività in classe possono essere di tipo laboratoriale: si parte dalla risoluzione di un problema, in questo caso un quesito INVALSI, che gli studenti svolgono o in piccolo gruppo o singolarmente, sono prodotti dei testi scritti in cui gli studenti spiegano i loro processi risolutivi e infine questi sono condivisi e discussi collettivamente in una discussione orchestrata dall'insegnante. Anche se le prove INVALSI nascono per essere parte di una valutazione sommativa, e quindi focalizzate sui prodotti finali del problem solving, possono entrare a far parte di attività il cui focus è lo sviluppo e condivisione di processi risolutivi e delle argomentazioni.

## Esempi dalle prove INVALSI di matematica per la scuola secondaria

Come per la scuola primaria, anche al termine della scuola secondaria di primo grado ritroviamo nelle Indicazioni Nazionali dei traguardi per lo sviluppo delle competenze e degli obiettivi di apprendimento legati alla probabilità, al problem solving e all'argomentazione.

### ***Traguardi per lo sviluppo delle competenze***

*Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza.*

*Spiega il procedimento seguito, anche in forma scritta, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati.*

*Produce argomentazioni in base alle conoscenze teoriche acquisite.*

*Nelle situazioni di incertezza (vita quotidiana, giochi, ...) si orienta con valutazioni di probabilità. (MIUR, 2012; p. 51)*

### ***Obiettivi di apprendimento***

*In semplici situazioni aleatorie, individuare gli eventi elementari, assegnare a essi una probabilità, calcolare la probabilità di qualche evento, scomponendolo in eventi elementari disgiunti. (MIUR, 2012; p. 53)*

Riportiamo di seguito un quesito che era parte della Prova INVALSI di matematica del grado 8 del 2011 (Figura 3). Notiamo che in questo quesito è richiesta la giustificazione scritta della risposta, cosa rara nelle prove standardizzate. È quindi importante rilevare che nelle prove INVALSI i quesiti argomentativi sono oggetto di valutazione. Anche su questo punto c'è una completa coerenza con le indicazioni curriculari ministeriali in cui è sottolineata l'importanza dello sviluppo dei processi e della produzione di argomentazioni (Garuti & Martignone, 2019).

Per scegliere chi deve lavare i piatti del pranzo, Marco, Lorenzo e Livia decidono di lanciare due volte una moneta da 1 euro come quella che vedi in figura:



Stabiliscono che:

- se verranno 2 croci, laverà i piatti Marco;
- se verranno 2 teste, laverà i piatti Livia;
- se verranno una testa e una croce, laverà i piatti Lorenzo.

a. Pensi che tutti e tre abbiano la stessa probabilità di lavare i piatti?

- Sì  
 No

b. Giustifica la tua risposta.

.....  
 .....

Figura 3: Quesito D11 - Prova INVALSI del 2011 per il grado 8

Questo tipo di problema e le misconcezioni che può mettere in luce (riguardo al considerare i tre eventi equiprobabili) sono stati ampiamente studiati in letteratura. Ad esempio, nelle loro ricerche Fischbein e Schnarch (1997) indagano su se e come cambiano negli anni, avanzando nei gradi di istruzione, alcune misconcezioni su diversi aspetti di concetti probabilistici. Nella ricerca di Fischbein e Schnarch (1997) sono analizzati esempi di problemi affrontati da soggetti in diversi gradi scolari (studenti di grado 5, 7, 9 e 11 e futuri insegnanti) per generare ipotesi su come specifiche misconcezioni possano diminuire, stabilizzarsi o aumentare progredendo nei gradi di istruzione. Un problema analizzato da questi ricercatori, e che è legato al problema INVALSI di Figura 3, è il seguente:

***Immagina di tirare due dadi contemporaneamente.  
 Quale dei seguenti eventi ha più probabilità di verificarsi?***

	Grado 5	Grado 7	Grado 9	Grado 11	universitari
Ottenere la coppia 5-6 (corretta)	15	20	10	25	6
Ottenere la coppia 6-6	0	0	0	0	0
<i>Entrambi hanno la stessa probabilità (misconcezione principale)</i>	70	70	75	75	78
<i>Altre risposte</i>	15	10	15	0	16

Tabella 1: Dati raccolti da Fischbein e Schnarch (1997)

Per il quesito riportato nella Figura 3, INVALSI fornisce delle percentuali sul campione nazionale che sembrano confermare i risultati riportati da Fischbein e Schnarch (1997).

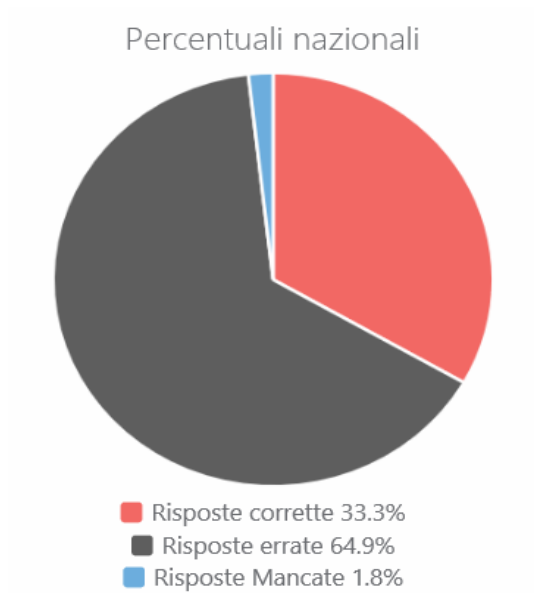


Figura 4a: percentuali risposta item a

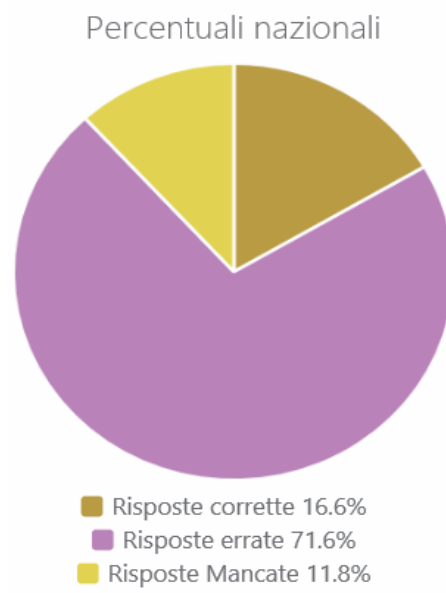


Figura 4b: percentuali risposta item b

Dagli esempi di quesiti INVALSI mostrati fin ora si può cominciare a vedere come la loro analisi può portare a riflettere su errori e difficoltà degli studenti. Inoltre, questo può diventare il punto di partenza per progettare e sviluppare attività nelle classi per indagare i processi risolutivi effettivamente messi in atto dagli studenti (Ferretti et al., 2017).

Vediamo ora degli altri esempi tratti da corsi di formazione per insegnanti in servizio del primo ciclo di istruzione in cui alcuni insegnanti avevano dichiarato di dedicare poche lezioni alla probabilità e che inizialmente erano in difficoltà nel creare dei problemi di probabilità. Durante un corso di formazione in attività in piccoli gruppi (formati sempre da docenti di scuola primaria e secondaria di primo grado) gli insegnanti sono partiti scegliendo un quesito per il grado 5 (Figura 5-6) e poi hanno creato dei quesiti in verticale per il grado 3 e per il grado 8.

D25. È più probabile che venga testa lanciando una moneta oppure che venga il 5 lanciando un dado?  
Scegli la risposta corretta e completa la frase.

È più probabile che venga testa lanciando la moneta perché .....

.....

.....

È più probabile che venga il 5 lanciando il dado perché .....

.....

.....

Figura 5: Quesito D25 - Prova INVALSI del 2011 grado 5

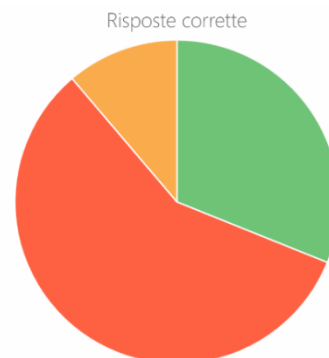


Figura 6: percentuali risposta del Quesito D25 - Prova INVALSI del 2011 grado 5



Al termine dell'esperienza gli insegnanti hanno condiviso alcune riflessioni:

«Abbiamo avuto l'occasione di confrontarci "in verticale" e progettare un mini-percorso»

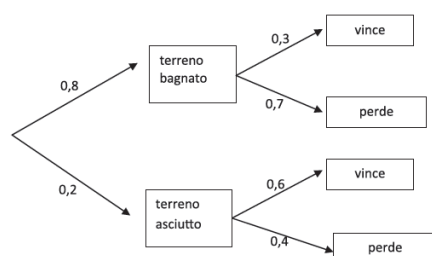
«Ci siamo messi nei panni dei nostri studenti, cercando di immaginare le loro possibili difficoltà»

«Abbiamo posto maggior attenzione ai testi dei problemi»

Queste attività formative possono quindi modificare o arricchire le convinzioni e le pratiche didattiche degli insegnanti.

Proseguendo in verticale possiamo anche considerare quesiti per la scuola secondaria di secondo grado.

- D17. In una gara motociclistica la moto M ha probabilità di vincere la gara:
- 0,3 se il terreno è bagnato;
  - 0,6 se il terreno è asciutto.
- La probabilità che il giorno della gara il terreno sia asciutto è 0,2.



Il diagramma può aiutare a determinare, per esempio, la probabilità che il terreno sia asciutto e che la moto M perda la gara. Essa è  $0,2 \cdot 0,4 = 0,08$ .

Qual è la probabilità che la moto M vinca la gara?

Figura 7: Quesito D17 - Prova INVALSI del 2017 per grado 10

Risultati nazionali

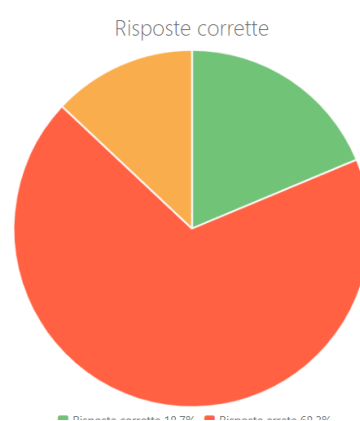


Figura 8: percentuali di risposta Quesito D17 - Prova INVALSI del 2017 per grado 10

Anche in questo caso (Figure 7-8) si possono intrecciare analisi qualitative e quantitative. Qui in particolare si può riflettere sull'uso delle rappresentazioni grafiche e su come concetto di probabilità condizionata sia mediato dal grafo ad albero oltre che, come abbiamo visto anche negli esempi precedenti, sulle possibili difficoltà degli studenti.

## Brevi riflessioni conclusive

Attraverso alcuni esempi abbiamo discusso su come i quesiti INVALSI, anche se sono nati per altri scopi, possano diventare una risorsa per gli insegnanti per riflettere sulle attività di problem solving. In particolare, grazie a specifiche attività formative si può aprire un canale di comunicazione e confronto tra gli insegnanti e le valutazioni standardizzate: ad esempio l'analisi a priori di quesiti INVALSI è stato il primo passo che ha portato allo sviluppo di attività di classe aprendo la strada all'implementazione delle richieste delle Indicazioni Nazionali. I quesiti INVALSI sono diventati un oggetto di riflessione per gli insegnanti e quindi una risorsa non solo per avere informazioni sull'apprendimento raggiunto dagli studenti, ma anche per analizzare qualitativamente esempi di quesiti riguardanti i traguardi e obiettivi scritti nelle Indicazioni Nazionali e nelle Linee Guida. Tutto questo può avere quindi un impatto sulla percezione degli insegnanti delle richieste delle Indicazioni Nazionali e anche sulle attività di insegnamento-apprendimento effettivamente sviluppate in classe (Ferretti, Funghi, & Martignone, 2020; Martignone, Ferretti, & Lemmo, 2018).

## Bibliografia

- Bartolini Bussi, M.G., & Mariotti, M.A. (2009). *Mediazione semiotica nella didattica della matematica: artefatti e segni nella tradizione di Vygotskij*. L'insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate, 32, 269-294.
- Batanero, C. (2014). *Probability Teaching and Learning*. In Lerman S. (Ed.), Encyclopedia of mathematics education (pp. 491-495). Dordrecht, Netherlands: Springer.
- Batanero, C., Godino, J.D. & Roa, R. (2004). *Training teachers to teach probability*. Journal of statistics Education, 12(1).
- Boero, P., & Guala, E. (2008). *Development of mathematical knowledge and beliefs of teachers*. In Sullivan, P. & Wood, T. (Eds.), The International Handbook of Mathematics Teacher Education Vol. 1 (pp. 223-244). Purdue University, USA: Sense Publishers.
- Black, P., & Wiliam, D. (2009). *Developing the theory of formative assessment*. Educational Assessment, Evaluation and Accountability (formerly: Journal of Personnel Evaluation in Education), 21(1), 5-31.
- Ferretti, F., Funghi, S. & Martignone, F. (2020). *How standardised tests impact on teacher practices: an exploratory study of teachers' beliefs*. In C. Andrà, D. Brunetto & F. Martignone (Eds.), Theorizing and Measuring Affect in Mathematics Teaching and Learning, (pp. 139-146). Springer.
- Ferretti, F., Lemmo, A. & Martignone, F. (2017). *La probabilità nelle prove INVALSI: analisi in verticale*. Induzioni, 55, 27-47
- Fischbein, E. & Schnarch, D. (1997). *The evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions*. Journal for research in mathematics education, 28(1), 96-105.
- Garuti, R. & Martignone, F. (2015). *The SNV (INVALSI) experience. Teaching and learning mathematics: resources and obstacles*, Proc. of CIEAEM 67, Quaderni di ricerca didattica, 25(2), 95-98.
- Garuti, R. & Martignone, F. (2019). *Assessment and argumentation: an analysis of mathematics standardized items*. In: U. T. Jankvist, M. van den Heuvel-Panhuizen, & M. Veldhuis (Eds.), Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, (pp. 4075-4082). Utrecht, the Netherlands: Freudenthal Group & Freudenthal Institute, Utrecht University and ERME
- Martignone, F. (2016). *Un'attività di formazione per insegnanti di scuola secondaria di primo grado: analisi di prove Invalsi di matematica*. Form@re-Open Journal per la Formazione in Rete. 16, 1, 70-86.
- Martignone, F. (2017). *Analysis of mathematics standardized tests: examples of tasks for teachers*. In Dooley, T., & Gueudet, G. (Eds.), Proc. of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (pp. 3344-3351). Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME.
- Martignone, F., Ferretti, F. & Lemmo, A. (2018). *Attained curriculum and external assessment in Italy: how to reflect on them?* In Y. Shimizu & R. Vithal (eds.), Proceedings ICMI Study 24 (pp. 381-388). Tsukuba: ICME.
- Ottaviani, M. G. (2008). *Statistica e matematica a scuola: due discipline e un solo insegnamento*. Confronto culturale e opportunità interdisciplinare, Induzioni, 36, 17-38.

## Sitografia

Materiali sui Dati e previsioni INDIRE: <https://biblioteca.indire.it/canale-tematico/38>

Quadro di riferimento prove INVALSI di matematica: [https://invalsi-areaprove.cineca.it/docs/file/QdR\\_MATEMATICA.pdf](https://invalsi-areaprove.cineca.it/docs/file/QdR_MATEMATICA.pdf)

Video formativi INVALSI: <https://www.invalsiopen.it/percorsi-strumenti-invalsi/matematica/video-formativi-matematica/>

Webinar formativi INVALSI: <https://www.invalsiopen.it/percorsi-strumenti-invalsi/matematica/webinar-formativi-matematica/>

MIUR - Scuola secondaria di II grado in Italia: <https://www.miur.gov.it/web/guest/scuola-secondaria-di-secondo-grado>

Ministero dell'Istruzione, Università e Ricerca (MIUR) (2012). *Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo di istruzione*. Rome: Author. Retrieved from [https://www.miur.gov.it/documents/20182/51310/DM+254\\_2012.pdf](https://www.miur.gov.it/documents/20182/51310/DM+254_2012.pdf)

Ministero dell'Istruzione, Università e Ricerca (MIUR) (2018). *Indicazioni nazionali e nuovi scenari*. Retrieved from <http://www.miur.gov.it/documents/20182/0/Indicazioni+nazionali+e+nuovi+scenari/3234ab16-1f1d-4f34-99a3-319d892a40f2>